SIMULATION NUMÉRIQUE D'ÉCOULEMENT ET DE TRANSPORT DE COTAMINANTS EN MILIEUX POREUX HÉTÉROGÈNES(*)

Mustapha EL OSSMANI[1], **Brahim AMAZIANE**[1], **Christophe SERRES**[2]

[1]Université de Pau, Laboratoire de Mathématiques Appliquées, CNRS-FRE2570 ,
IPRA, Av. de L'Université, 64000 Pau, France
brahim.amaziane@univ-pau.fr; mustapha.elossmani@univ-pau.fr
[2]Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire, DSU/SSD/BECS,
BP 17, 92262 Fontenay-Aux-Roses, France
christophe.serres@irsn.fr

Résumé

L'étude des écoulements de fluides en milieux poreux hétérogènes porte une grande importance dans la gestion des ressources naturelles en eau et la récupération assistée d'hydrocarbures. Dans ces domaines les calculs et simulations numériques sont essentiels car les expérimentations sont très difficiles sinon impossibles mais par contre les prédictions sont vitales. Les Modèles d'écoulements en Milieux poreux, monophasique ou multiphasiques, avec transport de solutés sont représentés par des systèmes d'équations aux dérivées partielles de type diffusion-convection-réaction. Les difficultés rencontrées pour la simulation numérique sont la dimension du réservoir, la prise en compte des hétérogénéités et la complexité des phénomélogies couplées.

Dans ce travail, on s'intéresse à un modèle d'écoulements incompressibles et miscibles ayant des applications dans l'ingénierie pétrolière et l'hydrogéologie. Cela conduit à un système couplé composé d'une équation elliptique, calculant le champ des vitesses de Darcy, et d'une équation de type diffusion-convection, modélisant le transport d'un fluide en une seule phase, par exemple un contaminant dissous dans l'eau. Evidemment, le milieu considéré n'est pas homogène et est en fait composé de diverses couches géologiques. De plus, on prend en compte la présence de fractures qui sont, dans les cas qui nous intéressent, des milieux poreux de grande perméabilité. Si ces fractures ne sont pas trop nombreuses, on les modélise individuellement. Lorsqu'elles sont trop nombreuses on calcule des paramètres effectifs à l'aide des techniques d'homogénéisation. Le calcul des caractéristiques du milieu poreux "globalement équivalent" nécessite la résolution de problèmes elliptiques posés sur une cellule de base. La résolution numérique de ces problèmes locaux a été réalisée par une méthode d'éléments finis conformes (voir [2]).

Le problème qui nous intéresse est modélisé par un système qui s'écrit sous la forme suivante :

Equation en vitesse-pression :

$$\begin{cases} \vec{q} = -K(x)\nabla P;\ div\,\vec{q} = 0 & \text{dans } \Omega \\ \vec{q}.\vec{n}_{|\Gamma_1} = -q_0;\ \ \vec{q}.\vec{n}_{|\Gamma_2} = 0 \ \text{ et } \ P_{|\Gamma_3} = P_0 & \end{cases} \tag{1}$$

Equation en concentration :

$$\begin{cases} \Phi(x)\frac{\partial C}{\partial t} - div(D(x,\vec{q})\nabla C - C\vec{q}) + \lambda C = f & \text{dans } \Omega\times]0,T[\\ C_{|\Gamma_1} = c_1;\ \ D\nabla C.\vec{n}_{|\Gamma_2} = c_2 \ \ et \ \ (D\nabla C - C\vec{q}).\vec{n}_{|\Gamma_3} = c_3 & \text{sur }]0,T[\\ C(x,0) = c_0(x) & \text{sur } \Omega \end{cases} \tag{2}$$

(*) Exemple de communication.

où $\vec{q}$ est la vitesse de Darcy, P la charge hydraulique, $K(x)$ est le tenseur des perméabilités absolues du réservoir Ω de frontière $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3$, et $\Phi(x)$ la porosité du milieu poreux. C est la concentration de la phase et $D(x, \vec{q})$ est le tenseur de diffusion-dispersion donné par : $D(x, \vec{q}) = d_m I + |\vec{q}|[\alpha_l E(\vec{q}) + \alpha_t (I - E(\vec{q}))]$ avec $E_{ij}(\vec{q}) = \frac{q_i q_j}{|\vec{q}|^2}$, d_m est la diffusion moléculaire et α_l [resp. α_t] est la dispersivité intrinsèque longitudinale [resp. transversale].

Dans ce travail, l'équation de Darcy est approchée par une méthode d'éléments finis mixte-hybride (cf. [4]). L'équation de la concentration est approchée par une méthode volumes finis (cf. [1]), voir aussi [5], [6] et [7]. Ces méthodes permettent d'avoir des propriétés physiques intéressentes : conservation de la masse, principe du maximum discret, prise en compte de l'anisotropie etc. Les techniques d'homogénéisation numérique utilisées sont développées dans [2], [3]. Pour l'implémentation numérique, on utilise l'élément fini triangulaire de Raviart-Thomas de bas degré pour approcher l'équation de Darcy et la discrétisation de la concentration utilise un maillage dual déstructuré de type Voronoi. On utilise un schéma de Godunov pour approcher le terme convectif et une approximation élément fini P_1 pour le terme de diffusion. Le schéma considéré est semi-implicite : explicite pour la convection et implicite pour la diffusion. Des essais numériques pour des problèmes bidimensionnels seront présentés. Enfin, la stabilité et la convergence du schéma ainsi que l'extension de cette approche en 3D seront évoquées.

Références

[1] M. Afif, B. Amaziane, *Convergence of Finite Volume Schemes for a Degenerate Convection-Diffusion Equation Arising in Flow in Porous Media*, Comput. Meth. Appl. Mech. Enrg., Vol. 191, 5265-5286, 2002.

[2] B. Amaziane, T. Hontans, J. Koebbe, *Equivalent Permeability and Simulation of Two-Phase Flow in Heterogeneous Porous Media*, Computational Geosciences, Vol. 5, No. 4, 279-300, 2001.

[3] A. Bourgeat, *Two-Phase Flow*, in: U. Hornung (Ed.), Homogenization and Porous Media, Interdisciplinary Applied Mathematics, Vol. 6, Springer-Verlag, New York, 1997.

[4] F. Brezzi, M. Fortin, *Mixed and Hybrid Finite Element Methods*, Springer-Verlag, New York, 1991.

[5] R. Eymard, T. Gallouet, R. Herbin, *The Finite Volume Method*, in: P.G. Ciarlet, J.L. Lions (Eds.), Handbook of Numerical Analysis, Vol. 7, North Holland, Amsterdam, 715-1022, 2000.

[6] R. Eymard, T. Gallouet, R. Herbin, A. Michel, *Convergence of a Finite Volume Scheme for Nonlinear Degenerate Parabolic Equations*, Numer. Math., Vol. 92, No. 1, 41-82, 2002.

[7] M. Ohlberger, *Adaptative Finite Volume Methods for Displacement Problems in Porous Media*, Comput. Visuel Sci., Vol. 5, No. 2, 95-106, 2002.