Dynamiques Fractionnaires et Applications

Laboratoire de Mathématiques et de leur Applications
Université de Pau et des Pays de l'Adour
AMPHI H
Bâtiment Duboué

1-2 juin 2010

Invited Speakers

François DUBOIS (CNAM, Paris)

Thomas HELIE (IRCAM, Paris)

Rudolf HILFER (Universität Stuttgart, Allemagne)

Pierre INIZAN (IMCCE, Observatoire de Paris)

Xavier LEONCINI (Université de Marseille)

Denis MATIGNON (ISAE, Université de Toulouse)

Marie-Christine NEEL (Université d'Avignon)

Jocelyn SABATIER (Université de Bordeaux 1)

Program

Tuesday, June 1st

11h00	Introduction
11h15	D. MATIGNON
14h00	M.C. NEEL
15h00	F. DUBOIS
16h30	T. HELIE
17h30	X. LEONCINI

Wednesday, June 2 nd

9h15	R. HILFER
10h45	P. INIZAN
11h45	J. SABATIER
14h15	J. CRESSON

Abstracts

1. F. Dubois, Calcul numérique précis de dérivées fractionnaires

On montrera comment à partir de considérations très élémentaires, on peut construire puis généraliser le schéma de Grünwald-Letnikov et obtenir, avec Ana Galucio, le schéma "G-alpha". Nous en montrerons quelques utilisations en mécanique des structures. Pour aller au-delà, on peut passer à des éléments finis de type "P1" qui échouent à calculer correctement un modèle de flamme proposè par Guy Joulin. Nous avons développé (avec Stéphanie Mengué) une méthode de collocation mixte qui permet de donner une première solution à ce problème. Son analyse reste à faire.

2. T. Helie, Systèmes différentiels fractionnaires et irrationnels: approximation, optimisation et applications

La modélisation de certains systèmes mécaniques complexes font apparaître des opérateurs différentiels fractionnaires ou irrationnels. C'est par exemple le cas pour la propagation dans les tubes acoustiques à section variable incluant l'effet des pertes visco-thermiques aux parois. Un formalisme bien posé, fondé sur des représentations intégrales (/représentations diffusives), permet de représenter une classe de tels systèmes entrée/sorties: les fonctions de transfert (/réponses impulsionnelles) sont construites par une aggrégation continue paramétrée de fonctions de transfert (/réponses impulsionnelles) de simples systèmes d'ordre 1. A partir de ce formalisme, on propose des approximations de dimension finie et une méthode d'optimisation qui conduisent à des simulations temporelles précises et à faible coût.

3. R. Hilfer, On the Applicability of Fractional Derivatives in Physics

The presentation will review some basic questions concerning the applicability of fractional derivatives and fractional differential equations in physics. Attention is focussed on locality in space and time, as well as on the relation between fractional diffusion and continuous time random walks.

4. P. Inizan, Fractal traps and fractional dynamics

Anomalous diffusion may arise in typical chaotic Hamiltonian systems. According to G.M. Zaslavsky's analysis, a description can be done by means of fractional kinetics equations. However, the dynamical origin of those fractional derivatives is still unclear. In this talk we study a general Hamiltonian dynamics restricted to a subset of the phase space. Starting from R. Hilfer's work, an expression for the average infinitesimal evolution of trajectories sets is given by using Poincaré recurrence times. The fractal traps within the phase space which are described by G.M. Zaslavsky are then taken into account, and it is shown that in this case, the derivative associated to this evolution may become fractional, with order equal to the transport exponent of the diffusion process.

5. X. Leoncini, Stationary states and fractional dynamics in systems with long range interactions

Dynamics of many-body Hamiltonian systems with long range interactions is studied, in the context of the so called $\alpha-$HMF model. Building on the analogy with the related mean field model, we construct stationary states of the $\alpha-$HMF model for which the spatial organization satisfies a fractional equation. At variance, the microscopic dynamics turns out to be regular and explicitly known. As a consequence, dynamical regularity is achieved at the price of strong spatial complexity, namely a microscopic inhomogeneity which locally displays scale invariance.

6. D. Matignon, FDEs and FPDEs: stability results, diffusive representations and applications

Results on stability of linear FDEs will be recalled in the case of commensurate orders; and a structure theorem for the solutions will be given in the case of uncommensurate orders, thus leading in a natural way to the notion of diffusive representation, or so-called relaxation spectrum of a system.

Then, the fractional integrals and derivatives will be considered alone, and their diffusive representations will be derived; both input-output relation and state-space realizations will be computed.

The latter will be used to transform FDEs or FDPEs into coupled systems that are more easily studied thanks to a Lyapunov functional, especially well-posedness. As far as asymptotic stability is concerned, a more involved characterization has to be used, due to the lack of compactness underlying the diffusive formulation.

The end of the talk will be devoted to more recent results (anti-causal systems, fractional Laplacian) as well as open problems.

7. M-C. Néel, Modèles fractionnaires-modèles stochastiques pour le transport de matière

De nombreux milieux sont tellement hétérogènes, qu'il semble qu'on doive tenir compte de la possibilité, pour la matière transportée, de voyager très vite très loin exceptionnellement, ou d'être stockée puis relâchée. Le modèle du mouvement Brownien pour décrire la dispersion d'un traceur, peut être aménagé pour de telles situations. On s'interesse donc à des marches au hasard incluant la possibilité de très grands déplacements, ou de très longues immobilisations. Des intégrales d'ordre non entier permettent de gérer le lien entre la densité de traceur mobile et la densité de traceur immobile. Des dérivées d'ordre entier ou pas représentent le courant de probabilité, et la loi de conservation de la masse conduit à généraliser dans le cadre fractionnaire la loi de Fourier. On peut le montrer sur la base de passage à la limite macroscopique, mais aussi de simulations numériques comparant des edp et des simulations de Monte Carlo. Cette démarche permet de combiner des outils expérimentaux utilisables à des échelles très différentes.

8. J. Sabatier, Fractional differentiation : some past works and a recent result on stability from the CRONE group

The fist goal of this talk is to present an overview of the past and actual CRONE group developments and applications in the field of system theory, systems identification, robust control, vibration insulation. Then, in a second part, a recent result on stability and state feedback stabilisation is presented. In the proposed approach, Linear Matrix Inequalities (LMI) formalism is used to check if the pseudo state matrix eigenvalues belong to the FOS stability region of the complex plane. A review of LMI stability conditions is first proposed for fractional order $0 < \gamma < 1$ and $1 < \gamma < 2$. The talk then focuses particularly on the case $0 < \gamma < 1$ as the stability region is non convex and associated LMI condition is not as straightforward to obtain as in the case $1 < \gamma < 2$. A new LMI stability condition is thus proposed. Based on this condition, a necessary and sufficient LMI method for the design of stabilizing controllers is given. This method paves the way for extension to FOS of various LMI-based results. Among these possible extensions, a first result on robust control of polytopic fractional order systems is given in this talk.