

**Conférence Francophone sur la Modélisation Mathématique en Biologie  
et en Médecine – Craiova, 12-14 juillet 2006**

ETUDE QUALITATIVE ET QUANTITATIVE D'UNE CLASSE D'ÉQUATIONS  
INTÉGRALES NON LINÉAIRES DE TYPE NEUTRE ISSUES D'UN PROBLÈME  
D'ÉPIDÉMIOLOGIE

El Hadi Ait Dads

*Université Cadi Ayyad, Marrakech.*

Dans ce travail, on s'intéresse au côté qualitatif et quantitatif des solutions de l'équation intégrale non linéaire et de type neutre suivante :

$$x(t) = \gamma x(t - r\sigma(t)) + (1 - \gamma) \int_{t-r\sigma(t)}^t f(s, x(s)) ds, \quad (1)$$

dans laquelle le retard peut être une fonction du temps ou même une fonction de l'état.

Les hypothèses fondamentales sur  $f$  et  $\sigma$  sont :  $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f$  est continue,  $f(t, 0) = 0$ ,  $\sigma$  est continue et positive.

L'équation (1) est l'extension d'une version d'une équation qui représente un modèle épidémiologique introduit la première fois par Cooke et Kaplan, Kaplan, Sorg and Yorke, et qui a aussi suscité l'intérêt de plusieurs auteurs à savoir : Guo et Lakshmikantham, Legget and Williams, Nussbaum, Busenberg, Smith, Fink and Gatica, Torrejón, Ait Dads et Ezzinbi qui ont considéré l'équation suivante :

$$x(t) = \int_{t-\sigma}^t f(s, x(s)) ds. \quad (2)$$

Dans l'équation (2),  $\sigma$  est la durée de l'épidémie. Supposons que la population totale est constante,  $x(t)$  est le nombre d'individus infectés au temps  $t$ ,  $f(t, x(t))$  est le taux instantané de l'infection,  $f(t, x(t))dt$  est la fraction des individus qui ont été infectés durant l'intervalle de temps  $[t, t + dt]$ . Ainsi, en supposant que l'épidémie est de type S-I-S et qu'il n'y a pas de période d'incubation,  $\gamma$  représente le coefficient de la proportion de la population qui guérit.

Considérons l'équation (2) ou plus généralement (1). Nous donnons des conditions suffisantes d'existence et d'unicité de solutions positives qui sont périodiques ou pseudo presque périodiques. Nous utilisons la technique de la métrique projective de hilbert.